

RIGIDITA' DINAMICA DI MATERIALI ULTRA-SOFT: DESCRIZIONE DI UN NUOVO SET-UP DI MISURA BASATO SU VELOCIMETRIA LASER DOPPLER

Alessandro Schiavi (1), Andrea Prato (1), Fabrizio Mazzoleni (1)

1) INRiM – Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica, Torino – a.schiavi@inrim.it

SOMMARIO

La rigidità dinamica è un parametro utile per la caratterizzazione delle proprietà elastiche e viscoelastiche di diverse tipologie di materiali resilienti, utilizzati in molte applicazioni ingegneristiche per disaccoppiare elementi strutturali o componenti meccanici. La risposta dinamica di un materiale resiliente, a seconda della sua capacità di immagazzinare o dissipare energia, influenza il comportamento del sistema meccanico in cui viene applicato. In questo lavoro è presentato un nuovo set-up per misure accurate della rigidità dinamica di materiali resilienti. Il sistema di misurazione consente di quantificare sia la forza dinamica che lo spostamento dinamico reale del sistema massa-molla, mediante la velocimetria laser Doppler.

1. Introduzione

Le proprietà meccanico dinamiche, in termini di comportamento elastico e viscoelastico, dei materiali resilienti sono di grande importanza in molte applicazioni ingegneristiche e tecniche, in cui è necessario valutare e prevenire le sollecitazioni da vibrazioni e urti, l'affaticamento strutturale e altri *stress* dinamici. Come è noto, nel campo delle scienze e della tecnologia delle misurazioni sono disponibili diverse metodologie per valutare il comportamento elastico e viscoelastico dei materiali resilienti; tuttavia, poiché negli ultimi anni sono state sviluppate nuove generazioni di materiali polimerici estremamente morbidi (*ultra-soft materials*), come idrogel, polimeri biocompatibili, materiali a base di silicio e di lattice, le tecniche tradizionali [ad es., 1] sono non sempre adeguate per accurate valutazioni delle proprietà meccaniche dinamiche.

In questo documento viene proposto un metodo sperimentale, basato sulla tecnica a "oscillazione risonante", particolarmente adeguato per una caratterizzazione accurata delle proprietà meccaniche dinamiche di materiali *ultra-soft*. La valutazione della risposta elastica e viscoelastica può essere ottenuta su piccoli campioni (di forma cilindrica, diametro compreso tra 10 mm e 30 mm), in funzione di ampie gamme di forze dinamiche e oscillazioni di frequenza (da 10 Hz fino a 10 kHz). Il principio di base è la rilevazione accurata dell'ampiezza degli spostamenti del sistema di massa-molla oggetto di indagine. In particolare, in questo lavoro, i risultati sperimentali presentati sono focalizzati sulla valutazione dell'ampiezza del moto alla frequenza di risonanza del sistema, per la determinazione della rigidità dinamica.

2. Principio teorico e metodologia di misurazione

Il sistema di misurazione si basa sulla determinazione del moto di sistema di massa-molla-smorzamento a singolo grado di libertà, forzato sinusoidalmente. La forza dinamica viene imposta al sistema dal moto oscillatorio della base. Il sistema è strumentato in modo tale che il movimento assoluto della massa libera, in termini di spostamento e/o velocità dinamici, può essere misurato, mediante un velocimetro laser Doppler; il moto relativo della base è controllato da un accelerometro fissato rigidamente ad essa. Particolare attenzione viene data al fenomeno della risonanza, all'influenza dello smorzamento e allo sfasamento tra la base oscillante e l'oscillazione risultante della massa libera. Nella Figura 1 sono mostrati il sistema di misura-

zione e il relativo modello di sistema di massa-molla-smorzamento a singolo grado di libertà, con eccitazione di base.

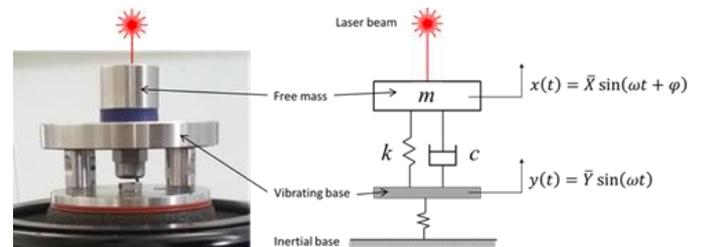


Figura 1 – Sistema di misura e modello fisico.

Il moto risultante della massa libera sul materiale resiliente, cioè $x(t)$, una volta forzato per mezzo di un'oscillazione sinusoidale della base, cioè $y(t)$, dipende dalle proprietà elastiche e di smorzamento del materiale elastico ed è descritto in termini della seconda legge di Newton, dalla seguente equazione differenziale:

$$(1) \quad m\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{y}) + k(x - y) = 0 \quad [N]$$

dove:

m è massa libera [kg];

c è il coefficiente di smorzamento [kg/s];

k è la costante elastica [Nm].

Risolvendo l'equazione differenziale (1), in cui gli spostamenti $x(t)$ e $y(t)$ sono espressi in forma armonica, come mostrato in Figura 1, è possibile determinare sia la costante elastica k che il coefficiente di smorzamento c , in funzione dell'ampiezza di spostamento della base \bar{Y} , dell'ampiezza di spostamento della massa libera \bar{X} e dello sfasamento φ , come segue:

$$(2) \quad k = \frac{m\omega^2\bar{X}(\bar{X} - \bar{Y}\cos\varphi)}{(\bar{X} - \bar{Y}\cos\varphi)^2 - \bar{Y}^2\sin^2\varphi} \quad [N/m]$$

$$(3) \quad c = \frac{k\bar{Y}\sin\varphi}{\omega(\bar{X} - \bar{Y}\cos\varphi)} \quad [kg/s]$$

Le equazioni (2) e (3) consentono di valutare, in funzione della frequenza angolare di eccitazione ω , sia la costante elasti-

ca che il coefficiente di smorzamento del materiale in esame. Queste equazioni sono utili per valutare le proprietà elastiche e viscoelastiche dei materiali resilienti, sulla base di diversi modelli, ad esempio per la costruzione di *master curve*.

In questo lavoro viene valutata la soluzione particolare alla risonanza del sistema ($\omega=\omega_0$), per definire la rigidità dinamica s , in $\text{MN}\cdot\text{m}^{-3}$. In questo caso particolare, la frequenza di risonanza del sistema viene determinata in modo preciso dal rilevamento dello sfasamento (cioè, $\varphi \rightarrow 90^\circ$) tra lo spostamento dinamico di base e lo spostamento dinamico della massa libera, sia nel dominio di frequenza che nel tempo. Risolvendo le equazioni (2) e (3), al limite per $\varphi \rightarrow 90^\circ$ la costante elastica k e il coefficiente di smorzamento c risultano:

$$(4) \quad k \cong m\omega_0^2 \frac{\bar{X}^2}{\bar{X}^2 - \bar{Y}^2} \quad [\text{N/m}]$$

$$(5) \quad c \cong \frac{k\bar{Y}}{\omega_0\bar{X}} \quad [\text{kg/s}]$$

In prima analisi, ne consegue che, se l'ampiezza di spostamento della base \bar{Y} e l'ampiezza di spostamento della massa libera \bar{X} sono accuratamente misurate alla risonanza ($\omega=\omega_0$), la rigidità dinamica s può essere calcolata dalla seguente relazione, in cui A , in m^2 , è la superficie del campione:

$$(6) \quad s \cong \frac{m\omega_0^2}{A} \cdot \frac{\bar{X}}{\bar{X}^2 - \bar{Y}^2} \quad [\text{N/m}^3]$$

Inoltre, è possibile calcolare le proprietà dissipative, come il fattore di perdita η , noto che $\eta=c/c_{crit}=c/2\sqrt{km}$.

La metodologia di misurazione prevede che il campione di materiale resiliente sia collocato tra la base vibrante e la massa libera. Il diametro della massa libera è identico al diametro del campione in esame. È possibile effettuare esperimenti utilizzando diverse masse libere (da 30 g fino a 170 g). L'ampiezza del movimento della base vibrante, generata per mezzo di uno shaker, viene misurata da un accelerometro fisso sotto la base, come mostrato in Figura 1. L'ampiezza di spostamento dinamico della massa libera \bar{X} viene misurata per mezzo di un velocimetro laser Doppler, con una accuratezza di $1\cdot 10^{-9}$ m e una risoluzione di $0.2\cdot 10^{-9}$ m. L'accelerazione della base vibrante può essere variata da 0.1 m/s^2 fino a 10 m/s^2 , pertanto è possibile esplorare un'ampia gamma di forze dinamiche.

3. Risultati sperimentali

In questo lavoro sono state analizzate le proprietà elastiche e di smorzamento di 6 campioni di materiali resilienti, di diversa durezza (Shore A) [2]. In particolare due campioni di gomma di neoprene [3] e quattro campioni ottenuti da una miscela di poliuretano, silicone e lattice (ArcoAcustica®). Tutti i campioni sono di forma cilindrica con un diametro di 30 mm, come mostrato nella Figura 2.



Figura 2 – Campioni di materiali resilienti analizzati.

Nella Tabella 1 sono mostrati i dati misurati di durezza (Shore A), della massa libera m utilizzata, della frequenza di risonanza misurata ω_0 , dell'ampiezza di spostamento della base \bar{Y} e dell'ampiezza di spostamento di massa libera \bar{X} . La frequenza angolare viene valutata dallo sfasamento a 90° , tra lo spostamento sinusoidale della base e lo spostamento della massa libera.

Tabella 1 – Dati sperimentali.

Materiale	Shore A	m /kg	ω_0 /Hz	\bar{Y} / μm	\bar{X} / μm
Sample 1	52	0.112	1382	1.413	3.451
Sample 2	70	0.112	3317	0.410	2.433
Sample 3	29	0.112	1239	0.754	5.003
Sample 4	33	0.112	1394	0.597	2.433
Sample 5	41	0.168	955	0.498	2.327
Sample 6	< 5	0.028	251	11.668	27.560

Nella Tabella 2 sono mostrate le proprietà elastiche e di smorzamento dei materiali resilienti testati. I valori sperimentali delle proprietà meccaniche dinamiche sono determinati sulla base delle equazioni (4-6).

Tabella 1 – Dati sperimentali.

Materiale	k / $\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$	s / $\text{MN}\cdot\text{m}^{-3}$	c / $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$	c_{crit} / $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$	η
Sample 1	258	365	76.3	340.1	0.22
Sample 2	1272	1799	64.6	755.6	0.08
Sample 3	176	250	21.4	281.4	0.07
Sample 4	232	329	40.8	323.0	0.12
Sample 5	161	228	36.1	329.3	0.11
Sample 6	2	3	3.6	15.5	0.23

Sebbene in questo documento non sia mostrato il budget dettagliato dell'incertezza di misura, il test dinamico proposto presenta alcuni vantaggi rispetto ad altre metodologie di misura, per questa tipologia di materiali morbidi, in cui gli effetti viscoelastici sono rilevanti [4]. Infatti, gli effetti del comportamento del campione (come la deformazione laterale nel test di compressione) o l'influenza delle procedure di misurazione (come il serraggio nella prova di trazione) comportano incertezze significative nei dati sperimentali.

4. Ringraziamenti

Gli autori desiderano ringraziare la ditta ArcoAcustica brand of Arcobaleno 2 S.p.A. per aver gentilmente fornito alcuni campioni di materiale utilizzati per queste preliminari indagini metodologiche.

5. Bibliografia

- [1] ISO 9052-1:1989, *Acoustics -- Determination of dynamic stiffness -- Part 1: Materials used under floating floors in dwellings*.
- [2] ISO 7619-1:2010 *Rubber, vulcanized or thermoplastic -- Determination of indentation hardness -- Part 1: Durometer method (Shore hardness)*.
- [3] Schiavi A, Prato A, *Elastic and viscoelastic properties of synthetic rubber (polychloroprene): dynamic and static characterization*, Proceedings of the 24th International Congress of Sound and Vibration (ICSV), London, UK, 23–27 July, 2017.
- [4] Schiavi A, Prato A, *Evidences of non-linear short-term stress relaxation in polymers*, Polymer Testing, **59** (2017), pp.220-229.